إبراهيم محمود
معلم خبير

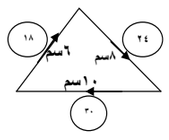
مراجعة الاستاتيكا

امتحان الاستاتيكا

(١) (أولا) أكمل لتحصل على عبارة صحيحة :

(أ) زاوية الاحتكاك هى الزاوية المحصورة بين ٠٠٠٠٠٠

(ب) في الشكل المجاور :



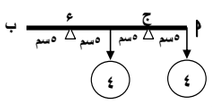
المجموعة تكافئ ٠٠٠معيار عزمه = ٠٠٠٠

(جـ) شروط اتزان مجموعة من القوى المستوية هى ٠٠٠٠

(ء) مجموع عزوم عدة قوى مستوية حول أى نقطة فى مستويها يساوى ٠٠٠٠

(هـ) إذا كان $\overleftarrow{ج_1}$ ، $\overleftarrow{ج_2}$ إزدواجان متزنان وكان $\overleftarrow{ج_1}$ = ٥٠ع فإن : $\overleftarrow{ج_1}$ − $\overleftarrow{ج_2}$ = ٠٠٠٠

(و) في الشكل المقابل :



إذا كان أ $\overline{ب}$ على وشك الدوران حول النقطة جـ فإن :

الضغط عند جـ = ٠٠٠٠ نيوتن ، الضغط عند ء = ٠٠٠٠نيوتن

(٢)[أ] تؤثر القوة $\overleftarrow{ق}$ = ل $\overleftarrow{س}$ − ٦ $\overleftarrow{ص}$ عند النقطة أ = (٧ ، ٤) وكان عزمها بالنسبة للنقطة ب = (٩ ، -٢) يساوي -٦$\overleftarrow{ع}$ أوجد قيمة الثابت ل.

(ب) جسم وزنه ٣٢ث٠كجم يكون على وشك الانزلاق تحت تاثير وزنه إذا وضع على مستوى مائل خشن يميل على الافقى بزاوية ظلها $\frac{1}{4}$، فإذا وضع هذا الجسم على مستوى أفقى فى نفس خشونة المستوى المائل وأثرت فيه قوة شد إلى اعلى تصنع مع الافقى زاوية جيبها $\frac{4}{5}$ بعلته على وشك الحركة ٠ فأوجد مقدار هذه القوة ومقدار قوة رد الفعل العمودى ٠

(٣) [أ] أ$\overline{ب}$جـ$\overline{ء}$ مستطيل فيه أ$\overline{ب}$ = ٦ سم ، ب$\overline{جـ}$ = ٨ سم أثرت قوى مقاديرها ٦، ٧، ٦، ٧ ثقل جم في أ$\overleftarrow{ب}$ ، ب$\overleftarrow{جـ}$ ، جـ$\overleftarrow{ء}$ ، ء$\overleftarrow{أ}$ على الترتيب. إثبت أن مجموعة القوى تكافئ ازدواجاً ٠وأوجد معيار عزمه ثم أوجد مقدار واتجاه قوتين تعملان عند النقطتين أ ، جـ عموديتين على أ$\overline{جـ}$ بحيث تتزن المجموعة.

[ب] وضع جسم مقدار وزنه ٦٠ نيوتن على مستوى أفقى خشن وأثرت على الجسم فى نفس المستوى قوتان مقدارهما ٢٠ ، ٤٠ نيوتن تحصران بينهما زاوية قياسها ١٢٠° فظل الجسم ساكنا ٠ أثبت أن قياس زاوية الاحتكاك (ل) بين الجسم والمستوى يجب ألا تقل عن ٣٠° ٠ وإذا كان ل = ٤٥° ، وبقى إتجاه القوتين ثابتا ٠ كما بقيت القوة ٤٠ نيوتن دون تغيير فعين أصغر مقدار للقوة الأخرى لكى يتحرك الجسم

(٤) [أ] قوتان متوازيتان وفى إتجاه واحد مقدارهما ٤ ، ٧ نيوتن تؤثران فى النقطتين أ ، ب على الترتيب من جسم متماسك فإذا أنتقلت نقطة تأثير القوة التى مقدارها ٧ نيوتن مسافة قدرها ل على ب $\overleftarrow{أ}$ بحيث تظل هذه القوة موازية للقوة الأخرى ٠ اثبت ان نقطة تأثير محصلة القوتين تنتقل مسافة قدرهـــــا $\frac{7}{11}$ل

(ب) أ$\overline{ب}$ قضيب غير منتظم طوله ١٢٠ سم يرتكز في وضع أفقي على حاملين عند النقطتين جـ ، ء ومن القضيب بحيث أ$\overline{جـ}$ = ٣٠سم ،ب$\overline{ء}$ = ٤٠سم. إذا علق من أ ثقل قدره ١٦٠ ثقل جم يصبح القضيب على وشك الدوران حول جـ. وإذا علق من ب ثقل قدره ٥٠٠ ثقل جم مع بقاء الثقل الأول فإن القضيب يصبح على وشك الدوران حول ء. أوجد وزن القضيب وبعد نقطة تأثير وزنه عن النقطة أ.

(٥) (أ) أ$\overline{ب}$جـ$\overline{ء}$ مستطيل فيه أ$\overline{ب}$ = ٨سم ، ب$\overline{جـ}$ = ٤سم أثرت قوى مقاديرها ١٢ ، ١٠ ، ق ، ك نيوتن في أ$\overleftarrow{ب}$ ، $\overleftarrow{جب}$، $\overleftarrow{جء}$ ، $\overleftarrow{أء}$ على الترتيب. فإذا إنعدم المجموع الجبري لعزوم هذه القوى حول كل من النقطتين أ ، جـ فأوجد ق ، ك.

(ب) أ$\overline{ب}$ قضيب منتظم طوله ٢٠سم يدور حول مسمار فى ثقب صغير عند نقطة جـ ∈ أ$\overline{ب}$ حيث أ$\overline{جـ}$ = ٥سم ٠ فأتزن القضيب فى وضع أفقى بتاثير قوتين مقدار كل منهما ٥٠نيوتن تؤثران عند طرفيه أ ، ب فى اتجاهين متضادين وتصنع كل منهما مع القضيب زاوية قياسها ٣٠°أوجد مقدار رد فعل المسمار ٠

(٦) (أ)إذا كان : $\overleftarrow{أ}$ = م $\overleftarrow{س}$ − ٢$\overleftarrow{ص}$ ، ب = $\overleftarrow{س}$ + ن $\overleftarrow{ص}$ ، وكان : أ ⊙ $\overleftarrow{ب}$ = - ٧ ، $\overleftarrow{أ}$ × $\overleftarrow{ب}$ = ١٧$\overleftarrow{ع}$

أوجد قيم الثابتين م ، ن

(ب) يستند سلم منتظم بأحد طرفيه على حائط رأسى معامل الاحتكاك بينه وبين السلم يساوى $\frac{1}{3}$ وبطرفه الآخر على أرض أفقية من نفس خشونة الحائط ٠ فإذا اتزن السلم فى مستوى راسى فى فى وضع يميل فيه على الحائط بزاوية ظلها $\frac{11}{6}$ برهن على ان رجل وزنه يساوى ثلاثة امثال وزن السلم لا يمكنه الصعود اكثر من $\frac{7}{10}$ طول السلم دون ان ينزلق الأخير ٠

(٧) (أ) أكمل لتحصل على عبارة صحيحة :

إذا كان $\overleftarrow{ق_1}$ = ٣$\overleftarrow{س}$ + ٤$\overleftarrow{ص}$ تؤثر فى أ(٢، - ١) ، $\overleftarrow{ق_2}$ = م $\overleftarrow{س}$ − ٤ $\overleftarrow{ص}$ تؤثر فى ب(١،١) فإن

(١)عزم $\overleftarrow{ق_1}$ حول أ = ٠٠٠٠ (٢) بعد ب عن خط عمل $\overleftarrow{ق_1}$ = ٠٠٠٠

(٣) إذا كونت $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ ازدواجا فإن م = ٠٠٠ ومتجه عزم هذا الازدواج = ٠٠٠٠

(٤) مجموع عزمى $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ بالنسبة للنقطة (√٣ ، √٧) = ٠٠٠٠

(ب) إذا كان $\overleftarrow{ق_1}$ = ٣$\overleftarrow{س}$ − ٢$\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ = ٦$\overleftarrow{س}$ + ٥$\overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ق_3}$ = - ٥$\overleftarrow{س}$ متلاقية فى نقطة وكان متجه عزم محصلة هذه القوى بالنسبة لنقطة الأصل و(٠، ٠) يساوى − ٨$\overleftarrow{ع}$ ٠ فاوجد نقطة تقاطع خط عمل المحصلة مع محور الصادات ٠ ثم أحسب المسقط الجبرى لمتجه المحصلة فى اتجاه المتجه و$\overleftarrow{أ}$ حيث أ = (٣ ، ٤) ٠

(٨)(أ) أ ب جـ ء مربع طول ضلعه ١ متر . تؤثر قوتان مقدار كل منهما ٤ ث . كجم فى أ$\overline{ب}$ ، جـ$\overline{ء}$ وتؤثر قوتان مقدار كل منهما ن ث . كجم فى ء ، ب بحيث تصنع القوة الاولى مع ء$\overline{أ}$ زاوية قياسها ١٥° وتصنع القوة الثانية مع ب$\overline{جـ}$ زاوية قياسها ١٥° . اوجد مقدار القوة ن التى تجعل الازدواج المكون من القوتين الاولتان يتكافئ مع الازدواج المكون من القوتان الاخيرتان .

(ب) أ ب قضيب منتظم طوله ٦٠ سم ووزنه ١٠ ث . كجم يؤثر فى منتصفه ، يدور فى مستوى رأسى بواسطة مفصل عند طرفه أ اثر ازدواج معيار عزمه ١٥٠ ث . كجم . سم على القضيب فى المستوى الرأسى . برهن ان رد الفعل عند المفصل يكون مساويا لوزن القضيب . واوجد زاوية ميل القضيب على الافقى فى وضع الاتزان .

(٩)(أ) أ ب جـ ء مستطيل فيه أ ب = ١٠ سم ، ب جـ = ١٢ سم نصفت أ$\overline{ب}$ فى س ، جـ$\overline{ء}$ فى ص ، واثرت قوى مقاديرها ١٨٠ ، ٢٠٠ ، ١٨٠ ، ٢٠٠ ، ٢٦٠ ، ٢٦٠ ث . جم فى أ$\overleftarrow{ب}$ ، جـ$\overleftarrow{ب}$ ، جـ$\overleftarrow{ء}$ ، أ$\overleftarrow{ء}$ ، أ$\overleftarrow{ص}$ ، جـ$\overleftarrow{س}$ على الترتيب . اوجد عزم الازدواج المحصل .

(ب) أ ب جـ ء شبه منحرف فيه ق(أ̂) = ق(ب̂) = 90° ، أ ء = ١٠ سم ، أ ب = ١٢ سم ، ب جـ = ١٥سم . اثرت القوى التى مقاديرها ٢٠ ، ٢٤ ، ٣٠ ، ٢٦ نيوتن فى ء$\overleftarrow{أ}$ ، أ$\overleftarrow{ب}$ ، ب$\overleftarrow{جـ}$ ، جـ$\overleftarrow{ء}$ على الترتيب . اثبت ان المجموعة تكافئ ازدواج واوجد معيار عزمه .

الإجابة

(١)(أ) رد الفعل العمودى ورد الفعل المحصل فى حالة الاحتكاك النهائى ٠

(ب) ازدواج ، ١٤٤ وحدة عزم

(ج) س = صفر ، ص = صفر ، ح (أى نقطة) = صفر

(ء) عزم المحصلة حول نفس النقطة

(هـ) ١٠٠ع

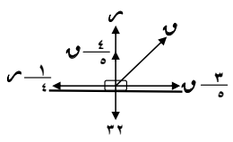
(و) ٨ ، صفر

(٢)(أ) $\overleftarrow{ب أ}$ = -٢$\overleftarrow{س}$ + ٦ $\overleftarrow{ص}$

∴ $\overleftarrow{ج_ب}$ =(-٢$\overleftarrow{س}$ + ٦ $\overleftarrow{ص}$) × (ل $\overleftarrow{س}$ − ٦ $\overleftarrow{ص}$) = -٦ $\overleftarrow{ع}$

∴ ١٢ - ٦ ل = -٦ ∴ $\boxed{ل = ٣}$

(ب) م = $\frac{1}{4}$



ن + $\frac{4}{5}$ ن = ٣٢ ٠٠٠٠(١)

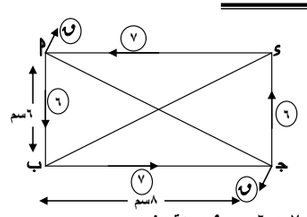
$\frac{1}{4}$ ن = $\frac{3}{5}$ ن ٠٠٠٠٠٠٠٠(٢)

بحل المعادلتين (١) ، (٢) نحصل على

ن = ١٠ ث٠كجم ، ن = ٢٤ ث٠كجم

(٣)(أ) القوتان (٦ ، ٦) ث.جم يعينان أزدواجا ،

القوتان (٧ ، ٧) تكونان ازدواجا



∴ المجموعة تكافئ ازدواج معيار عزمه = ٦ × ٨ + ٧ × ٦ = ٩٠ وحدة عزم

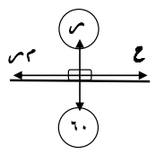
ولكى تتزن المجموعة نؤثر بإزدواج القياس الجبرى لعزمه = - ٩٠ وحدة عزم

- ن × ١٠ = - ٩٠ ∴ $\boxed{ن = ٩ ث.جم}$

(ب) (أولا) محصلة القوتين ٢٠ ، ٤٠ نيوتن

ح = √(٤٠٠+ ١٦٠٠ + ٢ × ٢٠ × ٤٠ جتا١٢٠°) = ٢٠√٣ نيوتن

∵ الجسم ساكن ∴ م ر ≤ ٢٠√٣



∵ ر = ٦٠ ∴ م ≤ $\frac{20\sqrt{3}}{3}$

∴ ظال ≤ ظا٣٠° ومنها ل ≤ ٣٠°

∴ قياس زاوية الاحتكاك لاتقل عن ٣٠°

(ثانيا) عندما ل = ٤٥°

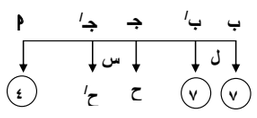
∴ م = ظا٤٥° = ١ ، ر = ٦٠

∵ الجسم على وشك الحركة ∴ المحصلة = م ر = ٦٠

∴ ٦٠ = √(ن٢ + ١٦٠٠ + ٢× ن × ٤٠جتا١٢٠°)

بالتربيع والاختصار واستخدام القانون العام نجد : ن = (٢٠ + ٢٠√٦) نيوتن

(٤)(أ) في الحالة الأولى



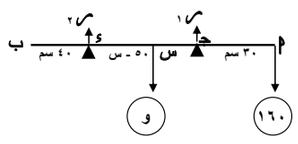
٤ × أ جـ = ٧ × جـ ب ٠٠٠٠٠٠(١)

∴ في الحالة الثانية ٤ × أ جـ/ = ٧ × ب/ جـ/

∴ ٤ × (أ جـ - س) = ٧ × (ب جـ - ل + س)

∴ ٤ أ جـ - ٤س = ٧ جـ ب - ٧ل + ٧س ومنها س = $\frac{7}{11}$ ل

(ب) ∵ القضيب على وشك الدوران حول جـ

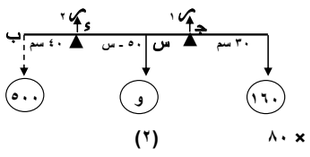


∴ رد الفعل عند ء (ر٢) = صفر

∴ ١٦٠ × ٣٠ = و × س

(١)

بعد تعليق الثقل ٥٠٠ ث جم عند ب



(٢)

∴ رد الفعل عند جـ = ٠ ∴ ر٢ = ٠

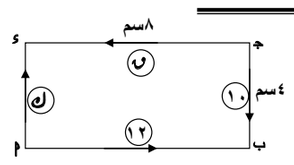
∴ ٥٠٠ × ٤٠ = و × (٥٠ − س) + ١٦٠ × ٨٠

من (١) ، (٢)

∴ س = ٢٠ سم ، و = ٢٤٠ ث جم

∴ مركز ثقل القضيب يبعد ٥٠ سم عن الطرف أ

(٥)(أ) ∵ ج أ = ٠



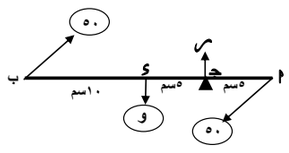
∴ - ١٠ × ٨ + ٤ ن = ٠

∴ ن = ٢٠ نيوتن

، ∵ ج جـ = ٠

∴ ١٢ × ٤ − ٨ ك = ٠ ∴ ك = ٦ نيوتن

(ب) القوتان (٥٠ ، ٥٠) تكونان ازدواج



القياس الجبرى لعزمه ج٢ = - ٥٠ × ٢٠جا٣٠°

= - ٥٠٠

∵ الازدواج لايتزن إلا مع إزدواج مثله

∴ القوتان (ر ، و) يكونان إزدواج القياس الجبرى لعزمه ج٢ = و × ٥

∵ ج١ + ج٢ = صفر ∴ و = ر = ١٠٠ نيوتن

(٦) ∵ (م ، - ٢) ⊙ (١ ، ن) = - ٧

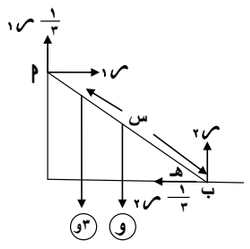
∴ م − ٢ن = - ٧ ومنها م = ٢ن − ٧ ٠٠٠٠٠(١)

، ∵ (م ، - ٢) × (١ ، ن) = ١٧ ∴ م ن = ١٥ ٠٠٠٠(٢)

بحل المعادلتين (١) ، (٢) نحصل على

(م ، ن) = ($\frac{-3}{2}$ ، - ١٠) أ، (م ، ن) = (٥ ، ٣)

(ب) بفرض طول السلم = ل



∴ ر١ = $\frac{1}{3}$ ر٢ (١)

، ر٢ + $\frac{1}{3}$ ر١ = ٤و (٢)

من (١) ، (٢) نحصل على ر٢ = $\frac{18}{5}$ و ، ر١ = $\frac{6}{5}$ و (٣)

∵ ج أ = صفر

∴ و × $\frac{1}{2}$ ل جتاهـ + ٣و × س جتاهـ - ر١ × ل جاهـ - $\frac{1}{3}$ ر١ ل جاهـ = ٠

بالقسمة عل جتاهـ ، نحصل على

$\frac{1}{2}$ و ل + ٣و س - ر١ ل ظاهـ - $\frac{1}{3}$ ر١ ل = ٠

بالقسمة على (و) والتعويض من (٣) أيضا بوضع قيمة ظاهـ نحصل على

س = $\frac{7}{10}$ ل

(٧)(أ) (١) -٦$\overleftarrow{ع}$ (٢) ٢ (٣) − ٣ ، ١٠$\overleftarrow{ع}$ (٤) ١٠$\overleftarrow{ع}$

(ب) $\overleftarrow{ح}$ = ٤$\overleftarrow{س}$ + ٣$\overleftarrow{ص}$

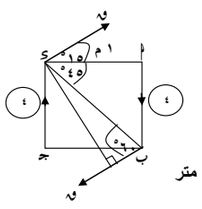
نفرض خط عمل المحصلة يقطع محور الصادات فى النقطة ب(٠ ، ك)

∵ و$\overleftarrow{ب}$ × $\overleftarrow{ح}$ = - ٨$\overleftarrow{ع}$

∴ (٠ ، ك) × (٤ ، ٣) = -٨$\overleftarrow{ع}$ ومنها ك = ٢

المسقط الجبرى = $\frac{\overleftarrow{ح} \odot و\overleftarrow{أ}}{\| و\overleftarrow{أ} \|}$ = $\frac{24}{5}$

(٨) القوتان ٤ ، ٤ تكونان ازدواج معيار عزمه



ج١ = -٤×١ = -٤ث . كجم . متر

القوتان ن ، ن تكونان ازدواج معيار عزمه

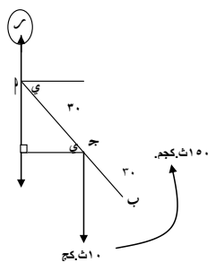
ج٢ = - ن×ب ء جا٦٠°

ج٢ = - ن× √٢ × $\frac{\sqrt{3}}{2}$ = $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ ن ث ٠ كجم ٠ متر

∵ الازدواجين متكافئين

∴ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ ن = ٤ ومنها ن = $\frac{4\sqrt{6}}{3}$

(ب)∵ القضيب يؤثر عليه :



١) وزنه رأسيا لاسفل

٢) رد فعل المفصل عند أ (غير معلوم الاتجاه)

٣) الازدواج الخارجى عزمه ١٥٠

∵ الازدواج لا يتزن الا مع ازدواج مثله

∴ الوزن ورد فعل المفصل يصنعان ازدواج معيار عزمه - ١٥٠

∴ رد الفعل = الوزن = ١٠ ث . كجم

- ١٠ × ٣٠جتاى = -١٥٠

∴ جتاى = $\frac{1}{2}$

∴ ى = ٦٠° أو ٣٠٠°

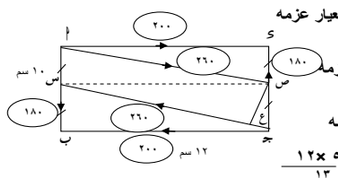
يوجد حالتين لإتزان القضيب وفى كل منهما يميل على الافقى بزاوية ٦٠° إما لاعلى او لاسفل

(٩)(أ) القوتان ٢٠٠ ، ٢٠٠ تكونان ازدواج معيار عزمه

ج١ = -٢٠٠ × ١٠ = - ٢٠٠٠ ث٠جم٠سم

- القوتان ١٨٠ ، ١٨٠ تكونان ازدواج معيار عزمه ج٢ = ١٨٠ × ١٢ = ٢١٦٠ ث٠جم٠سم

- القوتان ٢٦٠ ، ٢٦٠ تكونان ازدواج معيار عزمه



ج٣ = -٢٦٠ × ص ع ولكن ص ع = $\frac{5 \times 12}{13}$

ج٣ = -٢٦٠ × $\frac{5}{13}$ = -١٢٠٠ ث ٠ جم ٠ سم

∴ الازدواج المحصل = - ٢٠٠٠ + ٢١٦٠ − ١٢٠٠ = - ١٠٤٠ ث . جم . سم

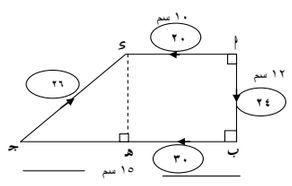
(ب) نرسم ء هـ ⊥ ب جـ

∴ أ ء = ب هـ = ١٠ سم

∴ هـ جـ = ١٥ − ١٠ = ٥ سم

ء هـ = ١٢

فى △ ء هـ جـ القائم



(جـ ء)² = ٢١٢ + ٢٥ ∴ جـ ء = ١٣

ونلاحظ أن : ك = $\frac{القوة}{طول الضلع}$ = ٢

∴ القوى امكن تمثيلها بأضلاع مضلع مأخوذة فى ترتيب دورى واحد

∴ المجموعة تكافئ ازدواج

معيار عزمه = ٢ × ٢ × $\frac{1}{2}$ (١٠ + ١٥) × ١٢ = ٦٠٠ نيوتن ٠ سم