الثانوية العامة

إبراهيم محمود
معلم خبير

www.shorouknews.com
Issue 2327 - 17 Jun. 2015 العدد ٢٣٢٧ ـ ١٧ من يونيو ٢٠١٥

مراجعة ليلة الامتحان فى التفاضل والتكامل

(١) [م] أوجد: (١)∫(س + ٢) √(س+١) وس

(٢)∫(جتاس – جاس)٢ وس

(٣)∫(س٢ – ٣)٢ وس

[ب] أوجد القيم العظمى والصغرى المطلقة للدالة د في الفترة [-٣ ، ٣] حيث:

د(س) = ٢س٣ + ٣س٢ – ١٢س + ٥

---

(٢) [م] إذا كانت الدالة د حيث د(س) = { ٣ س + ١ عندما س ⩽ ١ ; س٣ + م عندما س > ١ }

متصلة عند س = ١ ، أوجد قيمة الثابت م ثم إبحث قابلية إشتقاق الدالة د عند س = ١

[ب] إذا كان ٤ص٣ = ٣س٢ فاثبت أن:

٢ص٢ $\frac{و^2 ص}{و س^2}$ + ٤ص $(\frac{و ص}{و س})^2$ = ١

---

(٣) [م] أوجد مناطق التحدب إلى أعلى والتحدب إلى أسفل ونقط الانقلاب (إن وجدت) للدالة

د(س) = س٣ – ٣س٢ – ١٢س + ٤

[ب] أوجد معادلة المماس للمنحنى:

س٢ + ٢ص٢ + ٣س – ٨ = صفر عند النقطة (٠ ، ٢)

---

(٤) [م] أوجد معادلة المنحنى ص = د(س) إذا كان:

$\frac{و ص}{و س}$ = √(س+٨ علماً بأن المنحنى يمر بالنقطة (١ ، ١٢)

[ب] في لحظة ما كان طولا ضلعي القائمة في مثلث قائم الزاوية هما ١٢سم ، ٥سم. فإذا كان طول الضلع الأول يتناقص بمعدل ثابت ٢سم/ساعة وطول الضلع الثاني يتزايد بمعدل ثابت ٣سم/ساعة. فأوجد معدل التغير في مساحة سطح المثلث بعد ساعتين.

---

(٥) [م] إذا كان ص = √(ع+ ١ ، ع = س٢ – ١٠ فأوجد: $\frac{و^2 ص}{و س^2}$ عند س = ٥

[ب] نافورة على هيئة مستطيل يعلوه مثلث متساوي الساقين تنطبق قاعدته على أحد بعدي المستطيل. فإذا كان إرتفاع المثلث $\frac{٣}{٨}$ طول قاعدته ومحيط النافذة ١٢٠ سم. فأوجد بعدي المستطيل التي تجعل مساحة النافذة أكبر ما يمكن..

تابع ٣-م) ومحدب لأعلى فى الفترة] -∞ ، ١ [

∵ د// (س) = ٠ عندما س = ١ ، والمنحنى يغير تحدبه على يمين ويسار س = ١

∴ عند س = ١ توجد نقطة إنقلاب

∵ د (١) = ١ - ٣ - ١٢ + ٤ = - ١٠

∴ نقطة الإنقلاب هى (١ ، -١٠)

(ب) ٢س + ٤ص $\frac{و ص}{و س}$ + ٣ = ٠

∴ $\frac{و ص}{و س}$ = $-\frac{٣}{٨}$

∴ معادلة المماس للمنحنى عند النقطة (٠ ، ٢) هي :

ص – ٢ = $-\frac{٣}{٨}$(س – ٠)

∴ ٣س + ٨ص = ١٦

---

(٤) [م] $\frac{و ص}{و س}$ = √(س + ٨

∴ ص = $\frac{٢}{٣}$(س + ٨)$^{\frac{٣}{٢}}$ + ث

، المنحنى يمر بالنقطة (١ ، ١٢)

∴ ث = -٦ ∴ معادلة المنحنى هي

ص = $\frac{٢}{٣}$(س + ٨)$^{\frac{٣}{٢}}$ - ٦

[ب] بعد ن ساعة طول الضلع الأول

= ١٢ – ٢ن

وطول الضلع الثاني = ٥ + ٣ن

∴ م = $\frac{١}{٢}$(١٢ – ٢ن) × (٥ + ٣ن)

م = (٦ – ن) × (٥ + ٣ن)

∴ $\frac{و م}{و ن}$ = (٦ – ن) × ٣ + (٥ + ٣ن) × (-١)

وعند ن = ٢ يكون $\frac{و م}{و ن}$ = ١سم٢/ساعة

---

(٥) [م] ص = √(ع+١ ، ع= س٢ – ١٠

∴ ص = √(س٢ – ١٠ + ١ ∴ ص = √(س٢ - ٩

∴ $\frac{و ص}{و س}$ = $\frac{٢س}{٢√(س^2 - ٩)}$

∴ $\frac{و ص}{و س}$ = $\frac{س}{√(س^2 - ٩)}$

، $\frac{و^2 ص}{و س^2}$ = $\frac{√(س^2 - ٩) × ١ - س × \frac{٢س}{٢√(س^2 - ٩)}}{س^2 - ٩}$

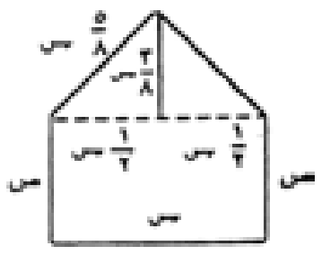
وعند س = ٥

∴ $\frac{و^2 ص}{و س^2}$ = $\frac{\frac{5}{4} × ١ - ٥ × ٤}{١٦}$

∴ $\frac{و^2 ص}{و س^2}$ = $\frac{\frac{٢٥}{٤} - ٤}{١٦}$ = $\frac{١٦ - ٢٥}{٦٤}$

∴ $\frac{و^2 ص}{و س^3}$ = $\frac{٩}{٦٤}$

[ب]



بفرض أن أحد بعدي المستطيل = س سم ، عرضه = ص سم

∴ طول ضلع المثلث المتساوي الساقين =

إجابة التفاضل والتكامل

[م](١) (س + ٢) √(س + ١ و س

= ∫ (س + ١ + ١) (س + ١)$^{\frac{١}{٢}}$ و س

= ∫ (س + ١)$^{\frac{٣}{٢}}$ + (س + ١)$^{\frac{١}{٢}}$ و س

= $\frac{٢}{٥}$ (س + ١)$^{\frac{٥}{٢}}$ + $\frac{٢}{٣}$ (س + ١)$^{\frac{٣}{٢}}$ + ث

(٢) ∫(جتا س – جا س)٢ و س

= ∫ (جتا٢ س + جا٢ س - ٢ جا س جتا س) و س

= ∫ (١ – جا٢ س) و س

= س + $\frac{١}{٢}$ جتا ٢ س + ث

(٣)∫(س٢ - ٣)٢ و س

=∫ (س٤ - ٦س٢ + ٩) و س

= $\frac{١}{٥}$ س٥ - ٢س٣ + ٩ س + ث

[ب]د/ (س) = ٦ س٢ + ٦ س – ١٢

= ٦ (س + ٢) (س – ١)

، د/ (س) = ٠ ∴ س= -٢

أ ، س = ١ ، ∵ د (١) = -٢

د (-٣) = ١٤ ، د (٣) = ٥٠

، د (-٢) = ٢٥

∴ القيمة العظمى المطلقة = ٥٠

∴ القيمة الصغرى المطلقة = - ٢

---

(٢) [م] ∵ الدالة متصلة عند س = ١

∴ د (١+) = ى (١-)

تابع (٢ – م) ∵ ٣ + ١ = ١ + م

∴ م = ٣

∵ د/ (١-) = نهـــا $\frac{د (١ + هـ) – د (١)}{هـ}$

هـ ← ٠-

∴ نهـــا $\frac{٣ (١ + هـ) + ١ - ٤}{هـ}$ ٣

هـ ← ٠-

∵ د/(١+) = نهـــا $\frac{د (١ + هـ) - د (١)}{هـ}$ ٣

هـ ← ٠+

∴ د/ (١+) = د/ (١-)

∴ الدالة قابلة للإشتقاق عدد س = ١

[ب] ١٢ ص٢ $\frac{و ص}{و س}$ = ٦ س بالقسمة على ٦

∴ ٢ (ص٢ $\frac{و^2 ص}{و س^2}$ + ٢ ص × $\frac{و ص}{و س}$ × $\frac{و ص}{و س}$) = ١

٢ص٢ . $\frac{و^2 ص}{و س^2}$ + ٤ ص $(\frac{و ص}{و س})^2$ = ١

[م-٣٣] د (س) = س٣ - ٣س٢ - ١٢ س + ٤

∴ د/ (س) = ٣س٢ - ٦س - ١٢

= ٣ (س٢ – ٢ س - ٤)

، د// (س) = ٦ س – ٦ = ٦ (س – ١)

و//(س) = ٦س – ٦ = ٦ (س – ١)

د// (س) > ٠ عندما س > ١

، د//(س) < ٠ عندما س < ١

∴ د محدب لأسفل فى الفترة]١ ، ∞ [

(تابع ٥ – ب)

√($\frac{س}{٢}$)٢ + ($\frac{٣س}{٨}$)٢ = $\frac{٥}{٨}$ س

، ∵ محيط النافذة = ١٢٠ سم

∴ ص + $\frac{٥}{٨}$ س + ص + س = ١٢٠

∴ ٢ص + $\frac{٥}{٤}$ س + س = ١٢٠

∴ ٢ ص + $\frac{٩}{٤}$ س = ١٢٠

∴ ٨ص + ٩س = ٤٨٠

∴ ص = $\frac{٤٨٠ - ٩ س}{٨}$

، ∵ مساحة النافذة (م) =

س ص + $\frac{١}{٢}$ س × $\frac{٣}{٨}$س

∴ م = س ($\frac{٤٨٠ - ٩ س}{٨}$) + $\frac{٣}{١٦}$ س٢

∴ م = $\frac{٤٨٠ س - ٩ س^2}{٨}$ + $\frac{٣}{١٦}$ س٢

∴ $\frac{و م}{و س}$ = $\frac{٤٨٠ - ١٨ س}{٨}$ + $\frac{٣}{٨}$

، $\frac{و م}{و س}$ = ٠ ← ٤٨٠ – ١٨س + ٣س = ٠

∴ ١٥س = ٤٨٠ ∴ س = ٣٢

، لكن $\frac{و^2 م}{و س^2}$ < ٠ عند س = ٣٢

هناك نهاية عظمى

∴ ص = $\frac{٤٨٠ - ٩ × ٣٢}{٨}$

∴ ص = ٦٠ – ٣٦ ∴ ص = ٢٤سم

∴ بعدا المستطيل التي تجعل مساحة النافذة أكبر ما يمكن هما ٣٢سم ، ٢٤سم.